

TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS

Metodologia de Cálculo dos Títulos Públicos Federais Ofertados nos Leilões Primários

O objetivo deste guia é facilitar o entendimento dos investidores sobre algumas peculiaridades pertencentes aos títulos da Dívida Pública Mobiliária Federal Interna (DPMFi). Mostramos abaixo como são calculados os juros e o principal dos títulos públicos federais ofertados no leilão primário. Seguem algumas tabelas com as principais características dos títulos e as regras de arredondamento e truncamento que permitirão calcular de forma precisa o preço, a taxa ou a cotação do papel. Além disso, para cada título público será apresentado um exemplo hipotético demonstrando todos os passos e detalhes que devem ser observados.

A Tabela 1 (abaixo) apresenta as características dos títulos públicos federais ofertados no leilão primário.

TABELA 1
Características Gerais dos Títulos Públicos Federais

Título	Índice	Cupom de Juros	Vencimento mais longo	Tipo	Valor de Face no Vencimento
LTN (Letra do Tesouro Nacional)	-	-	Aprox. 24 meses	Prefixado	R\$ 1.000,00
NTN-F (Nota do Tesouro Nacional – Série F)	-	10% a.a. pago semestralmente	Aprox. 10 anos		
NTN-B (Nota do Tesouro Nacional – Série B)	IPCA Índice de preços Fonte: IBGE (www.ibge.gov.br)	6% a.a. pago semestralmente	Aprox. 40 anos	Indexado à inflação	-
NTN-C (Nota do Tesouro Nacional – Série C)	IGP-M Índice de preços Fonte: FGV (www.fgv.br)	6 ou 12% a.a. pago semestralmente	Aprox. 25 anos		-
LFT (Letra Financeira do Tesouro)	Selic Taxa de juros Fonte: Banco Central (www.bcb.gov.br)	-	Aprox. 5 anos	Flutuante	-

Fonte: STN.

Obs: Modalidade dos títulos => escriturais, nominativos e negociáveis.

Além das características, é importante mencionar as fórmulas utilizadas no cálculo de preços, taxas e cotações. Como alguns papéis pagam juros semestrais ao longo de suas vidas e outros não, algumas particularidades na precificação devem ser observadas. Ademais, é importante notar que, no caso de títulos com taxas pós-fixadas, a cotação precisa ser obtida antes do cálculo do preço do título em si.

A Tabela 2 mostra as principais fórmulas utilizadas para o cálculo do preço e da cotação de cada papel.

TABELA 2
Fórmulas Utilizadas para o Cálculo de Preço e
Cotação dos Títulos Públicos Federais

Título	Preço	Valor Nominal Atualizado (VNA)	Cotação
LTN (Letra do Tesouro Nacional)	$\frac{1.000,00}{(1 + taxa)^{\frac{du}{252}}}$	-	-
NTN-F (Nota do Tesouro Nacional – Série F)	$\left[\frac{1000 \times (1,10^{0,5} - 1)}{(1 + taxa)^{\frac{du1}{252}}} \right] + \left[\frac{1000 \times (1,10^{0,5} - 1)}{(1 + taxa)^{\frac{du2}{252}}} \right] + \dots + \left[\frac{1000 \times (1,10^{0,5})}{(1 + taxa)^{\frac{dun}{252}}} \right]$	-	-
NTN-B (Nota do Tesouro Nacional – Série B)	Cotação (%) * VNA	Fator de atualização do IPCA entre a data base (15/07/2000) e a data da liquidação do negócio.	$\left[\frac{100 \times (1,06^{0,5} - 1)}{(1 + taxa)^{\frac{du1}{252}}} \right] + \left[\frac{100 \times (1,06^{0,5} - 1)}{(1 + taxa)^{\frac{du2}{252}}} \right] + \dots + \left[\frac{100 \times (1,06^{0,5})}{(1 + taxa)^{\frac{dun}{252}}} \right]$
¹ NTN-C (Nota do Tesouro Nacional – Série C)	Cotação (%) * VNA	Fator de atualização do IGP-M entre a data base (01/07/2000) e a data da liquidação do negócio.	$\dots + \left[\frac{100 \times (1,06^{0,5})}{(1 + taxa)^{\frac{dun}{252}}} \right]$
LFT (Letra Financeira do Tesouro)	Cotação (%) * VNA	Fator de atualização da Selic entre a data base (01/07/2000) e a data da liquidação do negócio	$\frac{100}{(1 + taxa)^{\frac{du}{252}}}$

Cotação => valor presente do fluxo de caixa descontado dos cupons remanescentes e do principal.

O investidor deve seguir algumas regras de truncamento e arredondamento que serão fundamentais para se evitar pequenas diferenças de preço, bem como para calcular de forma precisa taxas e a cotações.

¹ No caso da NTN-C com vencimento em 01/01/2031, os termos $(1,06)^{0,5}$ devem ser substituídos por $(1,12)^{0,5}$.

TABELA 3
Regras para o Cálculo Preciso do Preço, Cotação e
Taxa dos Títulos Públicos Federais

Critério*	Variável	LTN	Cálculo em Base 100			Base 1000
			LFT	NTN-B	NTN-C	NTN-F
A	Juros Semestrais	-	-	6	6	5
A	Projeções	-	-	2	2	-
A	Fator Acumulado Taxa Selic	-	16	-	-	-
A	Fluxo de Pagamento Descontados	-	-	10	10	9
T	Fator Pro Rata (projeções)	-	-	14	14	-
T	Fator Acumulado Índice de Preços	-	-	16	16	-
T	Taxa de Retorno (% aa)**	6	6	6	6	6
T	VNA / VNA projetado	-	6	6	6	-
T	PU	6	6	6	6	6
T	Exponencial de Dias	14	14	14	14	14
T	Cotação (%)	-	4	4	4	-
T	Valor Financeiro	2	2	2	2	2

* Legenda: A - arredondar ; T - truncar

** Considerando que a taxa deve ser informada em termos percentuais, então ela deve ser truncada após 6 casas decimais.

Fonte: STN.

Com propósitos ilustrativos, um exemplo hipotético para cada título será apresentado ressaltando todos os detalhes e cuidados necessários para a aplicação da metodologia apropriada de precificação do papel.

Letras do Tesouro Nacional - LTN

- *Cálculo do preço*

$$\text{Preço} = \frac{1.000}{\left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-6}\right)^{\left(\frac{du}{252}\right)_{T-14}}}; \text{truncar na 6ª casa decimal}$$

Onde:

taxa = taxa de juros anual (Padrão du/252 % a.a. => truncar na 6ª casa decimal);

du = número de dias úteis entre a data de liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive).

Exemplo:

Data de Vencimento: 01/07/2010

Data de Compra: 20/05/2008

Data de Liquidação: 21/05/2008

Taxa: 14,3600% a.a.

Dias úteis entre 21/05/2008 e 01/07/2010: 532

$$\text{Preço} = \frac{1.000}{\left(1 + \underbrace{14,3600\%}_{T-6}\right)^{\underbrace{\left(\frac{532}{252}\right)}_{T-14}}} = \underbrace{753,315323}_{T-6}$$

- *Cálculo da taxa de juros anual*

De forma análoga, a taxa pode ser obtida com base no preço:

$$\text{Taxa} = \left[\frac{1.000}{753,315323} \right]^{\underbrace{\left(\frac{252}{532}\right)}_{T-14}} - 1 = \underbrace{14,3600\%}_{T-6} \text{ a.a.}$$

Letras Financeiras do Tesouro Nacional – LFT

- *Cálculo da cotação*

$$\text{Cotação (\%)} = \frac{100}{\left(1 + \underbrace{\text{taxa}}_{T-6}\right)^{\underbrace{\left(\frac{du}{252}\right)}_{T-14}}} ; \text{truncar na } 4^{\text{a}} \text{ casa decimal}$$

Onde:

taxa (ágio ou deságio) = Taxa padrão du/252 % a.a. => truncar na 6ª casa decimal;

du = número de dias úteis entre a data de liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive).

- *Cálculo do preço*

$$\text{Preço} = \underbrace{\text{Cotação (\%)}}_{T-4} * \underbrace{\text{VNA projetado}}_{T-6} ; \text{truncar na } 6^{\text{a}} \text{ casa decimal}$$

Onde:

VNA projetado = valor nominal atualizado até a data de liquidação

Exemplo:

Data de Vencimento: 07/03/2014

Data de Compra: 20/05/2008

Data de Liquidação: 21/05/2008

Valor Nominal na data base (01/07/2000): R\$ 1.000,00

Taxa: -0,0200% (Taxa padrão du/252 % a.a. => truncar na 6ª casa decimal)

Número de dias úteis entre 21/05/2008 e 07/03/2014: 1459

$$\text{Cotação (\%)} = \frac{100}{\left(1 + \underbrace{(-0,02\%)}_{T-6}\right)^{\frac{1459}{252}}} = \underbrace{100,1158\%}_{T-4}$$

$$\begin{aligned}\text{VNA em 20/05/2008} &= \text{R\$ } 1.000 \times \text{Índice Selic Acumulado entre 01/07/2000 e 20/05/2008} \\ &= \text{R\$ } 1.000 * \underbrace{3,4496942158456}_{A-16} = \text{R\$ } \underbrace{3.449,694215}_{T-6}\end{aligned}$$

Meta Selic (% a.a.) em 20/05/2008 = 11,75 % a.a.

$$\text{VNA projetado em 21/05/2008} = \text{VNA em 20/05/2008} \times [(1 + \text{Meta Selic})^{(1/252)}]$$

$$\begin{aligned}&= \text{R\$ } \underbrace{3.449,694215}_{T-6} * \left(1 + \underbrace{11,75\%}_{T-4}\right)^{\left(\frac{1}{252}\right)} \\ &= \text{R\$ } \underbrace{3.451,215345}_{T-6} \\ \text{Preço} &= \text{R\$ } \underbrace{3.451,215345}_{T-6} * \underbrace{100,1158\%}_{T-4} = \text{R\$ } \underbrace{3.455,211852}_{T-6}\end{aligned}$$

VNA projetado em 21/05/2008 Cotação (%)

Notas do Tesouro Nacional – NTN-B

- *Cálculo da cotação*

$$Cotação (\%) = \underbrace{\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\underbrace{\left(1 + \frac{taxa}{T-6}\right)^{\frac{du1}{252}}}_{A-10}}}_{A-10} + \underbrace{\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\underbrace{\left(1 + \frac{taxa}{T-6}\right)^{\frac{du2}{252}}}_{A-10}}}_{A-10} + \dots + \underbrace{\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\underbrace{\left(1 + \frac{taxa}{T-6}\right)^{\frac{dun}{252}}}_{A-10}}}_{A-10}$$

Onde:

taxa = taxa interna de retorno (Padrão du/252 % a.a. => truncar na 6ª casa decimal);

du = número de dias úteis entre a data de liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive).

- *Cálculo do preço*

$$Preço = \underbrace{Cotação (\%)}_{T-4} * \overbrace{VNA \text{ projetado}}^{T-6} ; \text{ truncar na } 6^a \text{ casa decimal}$$

Onde:

VNA projetado = valor nominal atualizado (índice de inflação – IPCA acumulado desde a data base 15/07/00 até a data de liquidação) projetado para a data de liquidação.

Exemplo:

Data de Vencimento: 15/08/2010

Data de Compra: 20/05/2008

Data de Liquidação: 21/05/2008

Valor na data base (15/07/2000): R\$ 1.000,00

Taxa: 8,2900% (Padrão du/252 %aa => truncar na 6ª casa decimal);

Projeção para o IPCA abr/2008: 0,46%

VNA em 15/05/2008 = R\$ 1.000 x índice do IPCA acumulado entre 15/07/2000 e o 15º dia do mês subsequente

$$= \text{R\$ } 1.000 * \underbrace{1,72692645947653}_{A-16} = \underbrace{1.726,926459}_{T-6}$$

VNA em 21/05/2008 = VNA em 15/05/2008 x $(1 + \text{IPCA}_{\text{projeção}})^{pr1}$

Onde:

$$pr1 = \frac{n^\circ \text{ dias corridos (data de liquidação - 15º dia do mês atual ou anterior)}}{n^\circ \text{ dias corridos (15º dia do mês posterior ou atual - 15º dia do mês atual ou anterior)}}$$

$$pr1 = \frac{(21/05/2008 - 15/05/2008)}{(15/06/2008 - 15/05/2008)} = \frac{6}{31}$$

$$\text{VNA em 21/05/2008} = \text{R\$ } \underbrace{1.726,926459}_{T-6} * \left(1 + \underbrace{0,46\%}_{A-2} \right)^{\underbrace{\left(\frac{6}{31} \right)}_{T-14}} = \text{R\$ } \underbrace{1.728,461136}_{T-6}$$

Data Pgto	Fluxo de Caixa	Valor Presente	Dias Úteis
	A-6	A-10	
15/08/2008	2,956301	2,8998535976	61
15/02/2009	2,956301	2,7840057610	190
15/08/2009	2,956301	2,6770128972	314
15/02/2010	2,956301	2,5733184988	439
15/08/2010	102,956301	86,1471473965	564
	Cotação em % (T-4) =>	97,0813	

$$\text{Cotação (\%)} = \underbrace{\left[\frac{100 \times \left(\underbrace{1,06^{0,5}}_{A-6} - 1 \right)}{\underbrace{\left(\frac{61}{252} \right)}_{T-14}} \right]}_{A-10} + \underbrace{\left[\frac{100 \times \left(\underbrace{1,06^{0,5}}_{A-6} - 1 \right)}{\underbrace{\left(\frac{190}{252} \right)}_{T-14}} \right]}_{A-10} + \underbrace{\left[\frac{100 \times \left(\underbrace{1,06^{0,5}}_{A-6} - 1 \right)}{\underbrace{\left(\frac{314}{252} \right)}_{T-14}} \right]}_{A-10} +$$

$$+ \left[\frac{\overbrace{100 \times (1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\underbrace{\left(\frac{439}{252} \right)}_{T-14}} \right] + \left[\frac{\overbrace{100 \times (1,06^{0,5})}^{A-6}}{\underbrace{\left(\frac{564}{252} \right)}_{T-14}} \right] = \underbrace{97,0813\%}_{T-4}$$

$\underbrace{\quad}_{T-6} \quad \underbrace{\quad}_{T-6} \quad \underbrace{\quad}_{A-10} \quad \underbrace{\quad}_{A-10}$

$$\text{Preço} = \text{R\$} \underbrace{1.728,461136}_{T-6} * \overbrace{97,0813\%}^{T-4} = \text{R\$} \underbrace{1.678,012540}_{T-6}$$

- Cálculo do Cupom de Juros (na data de pagamento ou vencimento)

*Cupom de Juros = VNA * fator de juros*

Onde:

fator de juros: pagamento de juros com periodicidade semestral

Exemplo:

Data de Vencimento: 15/05/2045

Data de Pagamento de Cupom de Juros: 15/05/2008

Valor nominal na data base (15/07/2000): R\$ 1.000,00

Valor Nominal Atualizado em 15/05/2008: R\$ 1.726,926459

$$\text{Juros} = \text{R\$} \underbrace{1.726,926459}_{T-6} * \underbrace{0,02956301}_{\substack{(1,06^{0,5}-1) \Rightarrow A-8}} = \text{R\$} \underbrace{51,053144}_{T-6}$$

Notas do Tesouro Nacional – NTN-C

- *Cálculo da cotação*²

$$Cotação (\%) = \underbrace{\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\left(1 + \frac{taxa}{T-6}\right)^{\frac{\left(\frac{du1}{252}\right)}{T-14}}}}_{A-10} + \underbrace{\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\left(1 + \frac{taxa}{T-6}\right)^{\frac{\left(\frac{du2}{252}\right)}{T-14}}}}_{A-10} + \dots + \underbrace{\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\left(1 + \frac{taxa}{T-6}\right)^{\frac{\left(\frac{du_n}{252}\right)}{T-14}}}}_{A-10}$$

Onde:

taxa = taxa interna de retorno (Padrão du/252 %aa => truncar na 6ª casa decimal);

du = número de dias úteis entre a data de liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive).

- *Cálculo do preço*

$$\text{Preço} = \underbrace{Cotação (\%)}_{T-4} * \overbrace{VNA \text{ projetado}}^{T-6} ; \text{truncar na } 6^a \text{ casa decimal}$$

Onde:

VNA projetado = valor nominal atualizado (índice do IGP-M acumulado desde a data base 01/07/2000 até a data de liquidação) estimado para a data de liquidação

Exemplo:

Data de Vencimento: 01/03/2011

Data de Compra: 20/05/2008

Data de Liquidação: 21/05/2008

Valor nominal na data base (01/07/2000): R\$ 1.000,00

Taxa: 6,9000% (Padrão du/252 %aa => truncar na 6ª casa decimal);

² No caso da NTN-C com vencimento em 01/01/2031, os termos $(1,06)^{0,5}$ devem ser substituídos por $(1,12)^{0,5}$.

Projeção do IGP-M mai/2008: 1,75%

VNA em 01/05/2008 = R\$ 1.000 x índice do IGP-M acumulado desde a data base (01/07/2000) até o 1º dia do mês atual

$$= \text{R\$ } 1.000 * \underbrace{2,10280551851751}_{T-16} = \underbrace{2.102,805518}_{T-6}$$

VNA em 21/05/2008 = VNA em 01/05/2008 x (1 + IGP-M_{projeção})^{pr}

Onde:

$$pr = \frac{n^\circ \text{ dias corridos (data de liquidação - 1º dia do mês atual)}}{n^\circ \text{ dias corridos (1º dia do mês posterior - 1º dia do mês atual)}}$$

$$pr = \frac{(21/05/2008 - 01/05/2008)}{(01/06/2008 - 01/05/2008)} = \frac{20}{31}$$

$$\text{VNA em 21/05/2008} = \text{R\$ } \underbrace{2.102,805518}_{T-6} * \left(1 + \underbrace{1,75\%}_{A-2} \right)^{\underbrace{\left(\frac{20}{31} \right)}_{T-14}} = \text{R\$ } \underbrace{2.126,473734}_{T-6}$$

Data Pgto	Fluxo de Caixa	Valor Presente	Dias Úteis
	A-6	A-10	
01/09/2008	2,956301	2,9004761983	72
01/03/2009	2,956301	2,8053073742	198
01/09/2009	2,956301	2,7125428649	325
01/03/2010	2,956301	2,6263204830	447
01/09/2010	2,956301	2,5381301937	576
01/03/2011	102,956301	85,5153966416	701
Cotação em % (T-4) =>		99,0981	

$$\text{Cotação (\%)} = \underbrace{\left[\frac{100 \times \left(\underbrace{1,06^{0,5}}_{A-6} - 1 \right)}{\underbrace{\left(\frac{72}{252} \right)}_{T-14}} \right]}_{A-10} + \underbrace{\left[\frac{100 \times \left(\underbrace{1,06^{0,5}}_{A-6} - 1 \right)}{\underbrace{\left(\frac{198}{252} \right)}_{T-14}} \right]}_{A-10} + \underbrace{\left[\frac{100 \times \left(\underbrace{1,06^{0,5}}_{A-6} - 1 \right)}{\underbrace{\left(\frac{325}{252} \right)}_{T-14}} \right]}_{A-10} +$$

$$+ \left[\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\underbrace{(1 + 6,9000\%)}_{T-6}} \right]_{A-10} + \left[\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5} - 1)}^{A-6}}{\underbrace{(1 + 6,9000\%)}_{T-6}} \right]_{A-10} + \left[\frac{100 \times \overbrace{(1,06^{0,5})}^{A-6}}{\underbrace{(1 + 6,9000\%)}_{T-6}} \right]_{A-10} = \underbrace{99,0981\%}_{T-4}$$

$$\text{Preço} = \text{R\$ } \underbrace{2.126,473734}_{T-6} * \underbrace{99,0981\%}_{T-4} = \text{R\$ } \underbrace{2.107,295067}_{\text{truncar na 6ª casa decimal}}$$

- Cálculo do Cupom de Juros (na data de pagamento ou vencimento)

$$\text{Cupom de Juros} = \text{VNA} * \text{fator de juros}$$

Onde:

fator de juros: cupom de juros pagos semestralmente

Exemplo:

Data de Vencimento: 01/04/2021

Data de Pagamento de Cupom de Juro: 01/05/2008

Valor Nominal na data base (01/07/2000): R\$ 1.000,00

Valor Nominal Atualizado em 01/04/2008: R\$ 2.088,388799

$$\text{PU de Juros} = \text{R\$ } \overbrace{2.088,388799}^{T-6} * \underbrace{0,02956301}_{(1,06^{0,5} - 1) \Rightarrow A-8} = \text{R\$ } \overbrace{61,739058}^{T-6}$$

Notas do Tesouro Nacional – NTN-F

- *Cálculo do preço*

$$\text{Preço} = \underbrace{\frac{1000 \times \overbrace{(1,1^{0,5} - 1)}^{A-5}}{\underbrace{\left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-6}\right)^{\underbrace{\left(\frac{du1}{252}\right)^{T-14}}}_{A-9}}}}_{A-9} + \underbrace{\frac{1000 \times \overbrace{(1,1^{0,5} - 1)}^{A-5}}{\underbrace{\left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-6}\right)^{\underbrace{\left(\frac{du2}{252}\right)^{T-14}}}_{A-9}}}}_{A-9} + \dots + \underbrace{\frac{1000 \times \overbrace{(1,1^{0,5})}^{A-5}}{\underbrace{\left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-6}\right)^{\underbrace{\left(\frac{du n}{252}\right)^{T-14}}}_{A-9}}}}_{A-9}}$$

Exemplo:

Data de Vencimento: 01/01/2014

Data de Compra: 20/05/2008

Data de Liquidação: 21/05/2008

Taxa = 13,6600% (Padrão du/252 %aa => truncar na 6ª casa decimal);

Data Pgto	Fluxo de Caixa	Valor Presente	Dias Úteis
	A-5	A-9	
01/07/2008	48,80885	48,119371611	28
01/01/2009	48,80885	45,020757190	159
01/07/2009	48,80885	42,314735474	281
01/01/2010	48,80885	39,650299657	409
01/07/2010	48,80885	37,248144536	532
01/01/2011	48,80885	34,902737214	660
01/07/2011	48,80885	32,771550709	784
01/01/2012	48,80885	30,723628208	911
01/07/2012	48,80885	28,832967367	1036
01/01/2013	48,80885	27,044908383	1162
01/07/2013	48,80885	25,406432363	1285
01/01/2014	1048,80885	511,040083815	1415
Preço Unitário (T-6) =>		903,075616	

Preço = R\$ 903,075616

- *Cálculo do Cupom de Juros (na data de pagamento ou vencimento)*

$$PU \text{ de Juros} = R\$ 1.000 * \underbrace{(1,10^{0,5} - 1)}_{A-8} = R\$ \underbrace{48,808850}_{T-6}$$